NASA TT F-10,480

NASA TT F-10,480

INVESTIGATION OF THE FLOW PAST ELLIPTICAL CONES

GPO PRICE $ ____

CFSTI PRICE(S) $ ____

Hard copy (HC) 3.00

Microfiche (MF) .65

ff 653 July 65

A. I. Shvets

Translation of "Issledovaniye obtekaniya ellipticheskikh konusov"
Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza,
No. 1, pp. 130-137, 1966

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION
WASHINGTON DECEMBER 1966

NASA TT F-10,480

INVESTIGATION OF THE FLOW PAST ELLIPTICAL CONES

A. I. Shvets

Wind-tunnel investigation of the flow past six models of an elliptic cone at Mach numbers of 0.58, 0.97, 1.19, 1.47 and 3.0, and Reynolds numbers ranging from 1.2×10^6 to 3.0×10^6. The pressure distributions at the surface of the models and the quantities characterizing the flow parameters in the working section of the tunnel are plotted and discussed. For the small supersonic Mach numbers, it is found that the shock wave front for all the models employed has the form of an almost regular circular cone and that the local angle of a shock wave depends more on the distribution of the cross section along the axis of the body than on the shape of the body's cross section. With increasing Mach number, the shape of the shock wave in the cross section normal to the flow direction approaches that of the body.

This article describes the experimental investigations of a three-dimensional flow past elliptic cones. The experimental results are compared with theoretical results and with results published by other investigators. /130*

An elliptical cone occupies an intermediate position between a circular cone and a triangular plate and may serve as an example when comparison is made of flows around bodies which do not have axial symmetry. In recent years a large number of theoretical works (S. Maslen, R. Val'o-Laurin, R. Jones, F. Mur, V. Harley et al.) and experimental works (A. Ferri, U. Rege, V. G. Tabachnikov, Eggers and Allen et al.) on the flow past conical nonsymmetric bodies have been published.

The investigations were conducted on a wind tunnel of momentary action at Mach numbers M=0.58, 0.97, 1.19, 1.47 and 3.0. The magnitudes of pressure distributions on the surface of the models and the quantities characterizing the flow parameters in the operating region were measured during the tests. The Reynolds numbers reduced to 0.1 m and computed from the parameters of the incident flow were measured from 1.2×10^6 with M=0.58 and up to 3.0×10^6 with M=3.0. The experiments were carried out with the angles of attack α ranging from 0 to 15° and tilt angles φ ranging from 0 to 45°. The slip angles β had values of 0, 5, 10 and 15°.

Six models of elliptical cones were fabricated from steel for the experiments. The following quantities were selected as the characteristic parameters of the elliptical cones: the ratio of the semi-axes of the ellipse t=b/a and

*Numbers given in margin indicate pagination in original foreign text.

the magnitude of the half angle at the apex of the cone in the plane of the major axis ϵ (fig. 1). Models 1, 2, 3 and 4 had a constant value for the half-angle $\epsilon=30°$, but different ratios of the semiaxes: $t=0.66$, 0.5, 0.33, 0.2. In models 2, 5 and 6 the ratio of the semiaxes was kept constant $t=0.5$, while the half-angle had the values $\epsilon=30°$, 22°30' and 15°. For all of the models, the major axis of the ellipse was equal to 70 mm at the base of the cone. Each cone had a 21 vent hole with a diameter of 0.5 mm. The vent points were situated on 8 generatrix cones arranged in such a way that the pressure distribution near the plane of the major axis could be measured as accurately as possible. In addition to this, in order to check the conicity of the flow, the vent points were arranged on the generatrixes at 3 cross sections along the length of the cone l (0.58 l, 0.74 l, 0.9 l).

The experimental values of the pressure coefficient c_p for all test models at $M=3.0$ are shown in figure 1. When the angle of attack is 0 there is a pressure increase in the region of the generatrixes lying near the plane of the major axis of the cones elliptical cross section ($\psi=90°$). As the thickness of the cone and the angle ϵ are decreased there is a drop in the pressure along the lateral surface of the model. Figure 1 shows the results of experiments /131
conducted by A. L. Gonor (ref. 1) for an elliptical cone with $t=0.5$, $\epsilon=14°30'$ at Mach number $M=3.0$ and for a cone with $t=0.66$, $\epsilon=30°50'$ at Mach number $M=3.53$ (squares) and also experimental data (ref. 2) for a model with $t=0.561$, $\epsilon=22°$ at Mach number $M=3.09$ (triangles).

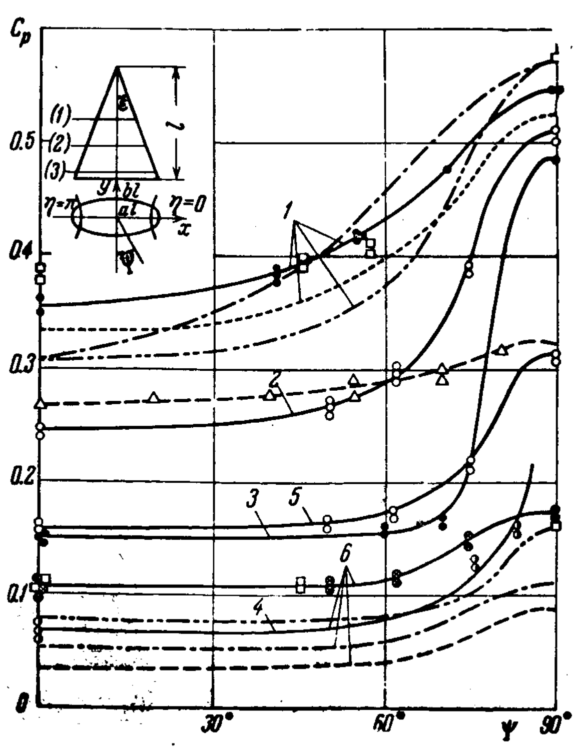


Figure 1.

In the range $M=0.58$-1.19 there is a substantial decrease in pressure away from the apex of the cone on all generatrixes of the elliptical cone. The values of pressure distribution in three cross sections of the model 2 when $M=0.58$ are shown in figure 2. The first cross section is shown by black signs, the second by the marked broken line, and the third by light circles. The pressure drop along the generatrixes is most clearly pronounced for subsonic flow. In this case, on most of the cone surface (except for the region near the major semiaxis), when the angle of attack is equal to 0, the positive value of the pressure coefficient near the nose is replaced with static pressure in the region of the second section and at the tail part c_p reaches negative values.

Experimental data for Model 6 at $M=1.19$ (circles) are shown in figure 3. At low supersonic velocities the disruption of conic flow may be produced by the action of the boundary layer. The boundary layer which is built up on the cone pushes back the gas flow and distorts the shock wave

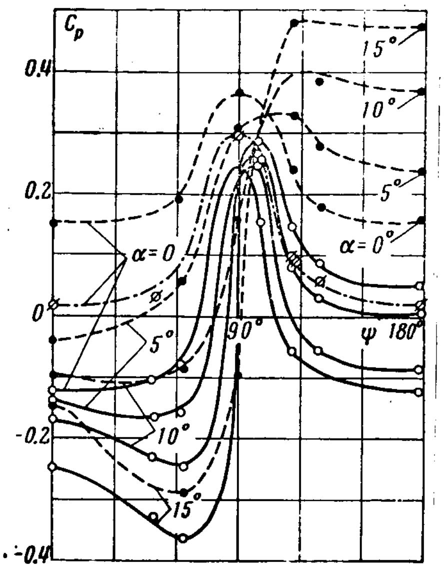


Figure 2.

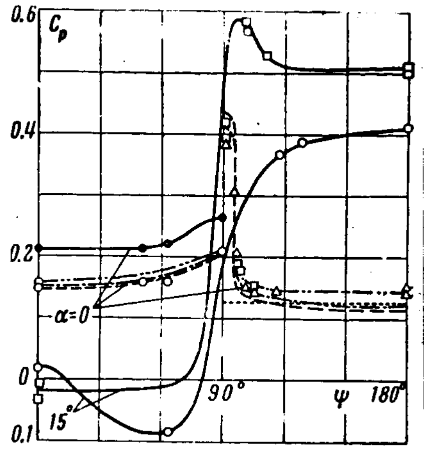


Figure 3.

near the apex of the cone. In view of this it becomes obvious that the local and total aerodynamic characteristics of conic nonaxially symmetric bodies at subsonic and transonic velocities depends not only on the parameters t and ε but also on the relative aspect ratio of the body.

As the angle of attack is increased the maximum pressure is displaced from the forward generatrix towards the middle of the windward side of the cone (Model 5; M=3.0; fig. 4). The flow expands as we move from the windward side /132 to the leeward side but the magnitude of this expansion, compared with the magnitude of contraction, decreases with the angle of attack. When the angle of attack exceeds half of the apex angle in the plane of the minor axis, the pressure distribution curve on the leeward side of the cone changes its shape and pressure is reestablished in the direction towards ψ=0 (figs. 2-4). In order to visualize the flow on the surface, experiments were conducted at M=3 by coating the model with a mixture of soot and oil. As an example we shall consider the flow picture over one half of Model 6 (ψ=0-180°) with an angle of attack equal to 15°. At the central part of the windward side the streamlines formed by soot particles almost coincide with the generatrixes of the cone. Starting with ψ=160° there is a noticeable deflection of the streamlines towards the leeward side and in the plane of the major axis the angle between the streamlines and generatrix reaches a value of approximately 40°.

When we pass to the leeward side this deviation increases up to approximately 65°, when ψ≈63°, where there is a clearly defined straight line coinciding with the generatrix.

On the leeward side of the cone we can also notice the spreading of the stream threads from the line when ψ=0. When we approach the breakaway line at ψ=63°, the angle between the streamlines and the generatrix is approximately equal to 20°. This picture of the flow is explained by the increase in the layers of liquid mass which flow from the stagnation zone, by the breaking away of the flow from the leeward side and by the formation of symmetric vortexes at the apex of the cone. The vortexes move along the surface towards the base of the cone and form vortex regions. We should point out that, depending on the shape of the body, the angle of attack and the Mach number M, the nature of the flow on the leeward side varies and in the breakaway zone we may have flow with odd number of vortex pair regions which are separated by the generatrixes on the surface of the cone. On one side of each region there is a spreading of the streamlines while on the other side we can clearly see a line where the flow converges. The return flow towards the cone produced by the discharge from the breakaway zone and by the vortexes, is responsible for the above pressure increase at the central part of the leeward side. In this case the jet of liquid converging from the external flow will also increase the magnitudes of local thermal fluxes in the case of hypersonic velocities.

Tests with a tilt angle of φ=45° were carried out at Mach numbers M=0.58 and 3.0. Figure 5 shows the values of pressure coefficients on the surface of an elliptical cone with parameters t=0.5, ϵ=30° and M=3.0. For all of the test models and the range of angles of attack from 0 to 15° the maximum pressure is established when ψ=90-120°. As the angle ψ is increased further the pressure decreases and there is an insignificant increase in c_p in the region ψ=230-260°.

The nature of pressure distribution for slip angles β=0-15° can be seen /133
in figure 6 which presents experimental data for Model 5 at M=3.0. As the slip angle is increased there is a substantial pressure increase in the region of the major axis (ψ=90°).

Below, the experimental results are compared with theoretical calculations. In solving the problem of flow around an elliptical cone with a subsonic leading edge we used a series of approximate methods, most of which utilize the linearization of the exact equations of gasdynamics. In 1947 Squire (ref. 3)

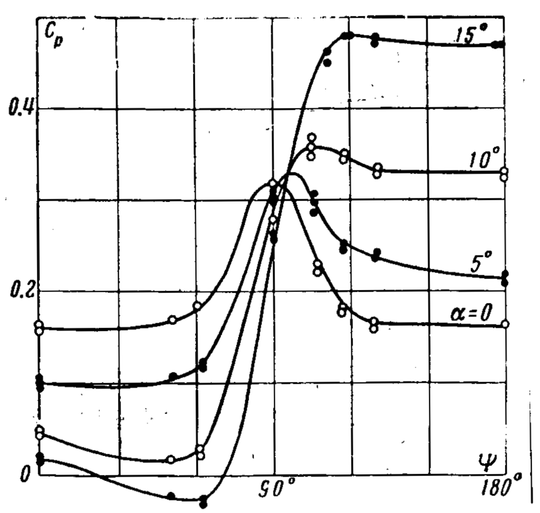


Figure 4.

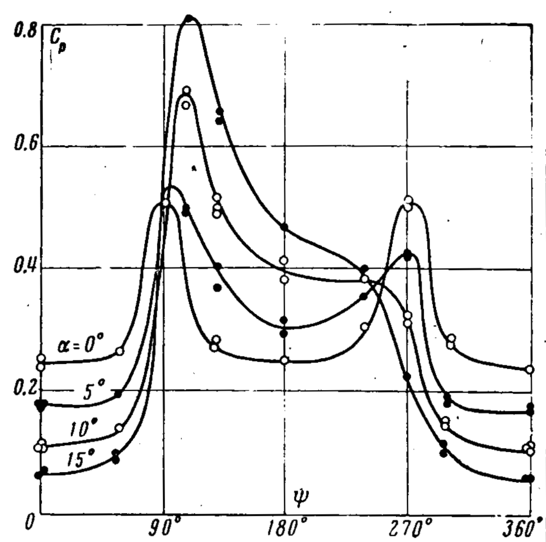


Figure 5.

used a special system of coordinates to show that, in the first approximation, the pressure is constant along the span of a thin cone

$$c_p = 2ab\left(\ln\frac{4}{\beta a} - 1\right) + \beta^2 a^3 b\left(\frac{3}{2}\ln\frac{4}{\beta a} - 2\right)$$
$$(\beta^2 = M^2 - 1)$$

Here M is the Mach number of the unperturbed flow; a and b are the major and minor semiaxes of the ellipse which is situated at a unit distance from the apex of the cone. The design value of c_p (ref. 3) for Model 4 at M=1.47 is shown by the dotted line in figure 3.

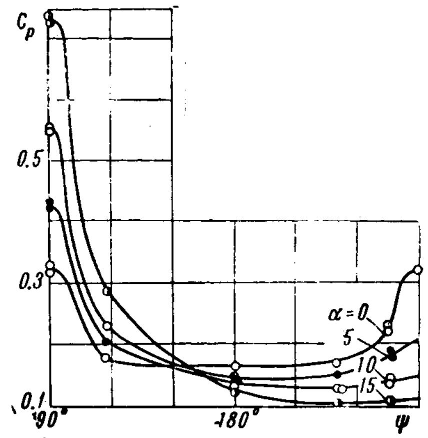


Figure 6.

Wide application has been made of the theory of thin bodies which, like the linear theory, is based on the solution of the wave equation involving certain simplifications which make it possible to reduce the volume of calculations when computing the flow past specific bodies. The work of Ward (ref. 4) proposes a general linearized solution of the first order for flow around thin bodies of arbitrary cross section. The application of this method makes it possible to determine the two-dimensional flow potential for an incompressable fluid in a plane perpendicular to the motion of the body. The theory of thin bodies (ref. 4) was also applied in references 5 and 6 to thin cones of elliptic cross section. By using the equations of motion we can write the potential φ of the perturbed flow in the following form:

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = \beta^2\varphi_{zz} + 2M^2(\varphi_x\varphi_{xz} + \varphi_y\varphi_{yz}) + (\gamma + 1)M^4\varphi_z\varphi_{zz} + M^2(\varphi_x^2\varphi_{xx} + 2\varphi_x\varphi_{xy}\varphi_y + \varphi_y^2\varphi_{yy}) \quad (1)$$

where γ is the adiabatic constant. The solution of the first order does not take into account any of the terms in the right side of equation (1). The pressure coefficient on the surface of an elliptical cone has the form

$$c_p = ab\left[2\ln\frac{4}{\beta(a+b)} + \frac{ab}{\nu^2} - 2\right] \qquad (\nu^2 = a^2\sin^2\eta + b^2\cos^2\eta)$$

Here η is the nonorthogonal elliptical coordinate.

A refined solution based on the theory of a thin body, presented in reference 7, takes into account the linear term $\beta^2\varphi_{zz}$ in the right side of equation (1). The equation for the pressure coefficient contains a term which is obtained from the solution of the first order and an additional term which refines this solution

$$c_p = ab\left[2\ln\frac{4}{\beta(a+b)} + \frac{ab}{\nu^2} - 2\right] + \beta^2 a^2 b^2\left[\frac{7}{2} - 2\frac{a^2+b^2}{ab} + \frac{3}{2}\frac{a^2+b^2}{ab}\ln\frac{4}{\beta(a+b)} - 2\ln\frac{2}{\beta\nu} + \frac{1}{2}\left(\frac{a^2-b^2}{\nu^2}\sin 2\eta\right)^2\right]$$

The second order solution given by Van-Dyke (ref. 8) also contains non-linear terms in equation (1) of the form $2M^2(\varphi_x\varphi_{xz}+\varphi_y\varphi_{yz})+(\gamma+1)M^4\varphi_z\varphi_{zz}$. The pressure coefficinet is written in the form:

$$c_p = ab\,(2\lambda + \mu) + \beta^2 ab\,[3ab\lambda^2 + {}^3/_2\,(a^2+b^2)\,\lambda - {}^1/_2\,(a-b)^2 + {}^1/_2\,ab] + a^2b^2\,[(\gamma+1)\,M^4/\beta^2 - 2M^2\lambda + (M^2-2)\,\lambda\mu + ({}^1/_4\,M^2 - 1)\,\mu^2]$$
$$\left(\lambda = \ln\frac{4}{\beta(a+b)} - 1,\ \mu = \frac{ab}{\nu^2}\right)$$

The theoretical curves from the first order solution (shown by the broken line) and those obtained from refined solution (shown by dot dash line), have been computed for Model 6 at M=1.19 (circles) and for Model 4 at M=1.47 (squares). These curves lie below the experimental curves (fig. 3). The non-linear terms which are taken into account in the second order solution (shown by a dot with 2 dashes), increase the value of c_p compared with the refined solution. /134

It has been pointed out in reference 8 that there is good agreement between theoretical results and experimental results for two thin elliptical cones (t=0.2, ϵ=30° and t=0.1, ϵ=30°) at M=1.41 (ref. 9). The experimental data for the first of these models (triangles in figure 3) are in good agreement with data for Model 4. Chapkis (ref. 10) investigated the flow past an elliptical cone with parameters t=0.5, ϵ=12°10' at M=5.8 and compared the data with those obtained by means of the nonlinear theory (ref. 8). In spite of the fact that in this case the forward generatrix of the cone extends beyond the Mach cone, the author still indicates that there is a satisfactory agreement between theory and experiment.

Solutions based on the theory of the thin wing have been obtained in references 11 and 12 for small angles of attack. Figure 7 shows a comparison of experimental data for Model 6 (circles) in a flow with Mach number M=3.0 and angle of attack α=10°, with the computed value of the supplementary pressure coefficient Δc_p (dot-dash), which takes into account the effect of the angle of attack (ref. 12)

$$\Delta c_p = \alpha\left\{\alpha\left[1 - \frac{(a+b)^2\cos^2\eta}{\nu^2}\right] - 2\sin\eta\,\frac{a^2(a+b)}{\nu^2} - 4a\beta^2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\ln\left(\beta\frac{a+b}{2}\right)\frac{a^2\sin\eta + \alpha(a+b)\cos^2\eta}{\nu^2}\right\}$$

The computed values for Δc_p are approximately 20 percent greater than the experimental values over a large region of the cone surface, except for the region close to the major semiaxis.

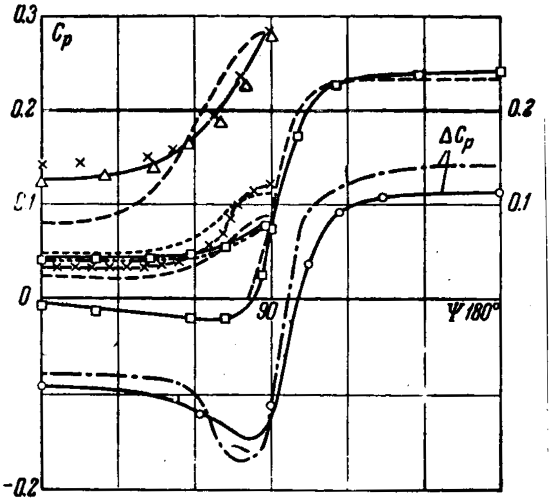


Figure 7.

The theory of the thin body is applicable to flow around thin elliptical cones for a limited range of Mach numbers. The lower boundary of this range is determined by the beginning of supersonic flow around cones with the associated shock wave, while the upper boundary is determined by the exit of the leading cone generatrix beyond the cone of perturbations. The comparison of theoretical and experimental data presented above, shows that for thin elliptical cones within the limited range of Mach numbers, the nonlinear theory of a thin body is in satisfactory agreement with experimental results. However, as we can see from figure 1 (Model 6), that as the flow velocity increases and the cone thickness increases the theoretical values lie substantially below the experimental values.

In the works of Ferri (refs. 13 and 14) a method was proposed which involved linearized characteristics. The flow near an elliptical cone is considered as a perturbation with respect to the known flow near the circular cone. The equations which determine the velocity components of the linearized flow are solved by the method of successive approximations. Satisfactory results are obtained in the case when the shape of the body's cross section differs little from that of a circular cone.

The method of linearized characteristics was extended to flow past conic bodies at an angle of attack (ref. 15). In reference 10 this method was applied to obtain relatively simple equations. In the application of this method an approximate solution is used for the hypersonic flow past a circular cone. A. L. Gonor (ref. 16) applied the method of expansion in terms of the small parameter (ref. 17) to the problem of flow past an arbitrary conical body at supersonic velocity. The author established that the pressure at the wall differs from the corresponding value given by the Newton theory only by one term which characterizes the centrifugal force due to the transverse gas flow. In reference 18 the method of integral relationships was used to compute the hypersonic flow past an elliptic cone. Cheng (ref. 19) investigated the flow in the neighborhood of the surface of a three-dimensional pointed body; the solution was obtained by means of series containing two parameters. Reference 20 pro- /135
posed the development of methods given in references 14 and 10 and obtained an analytical solution for the flow past thick nonaxially symmetric conic bodies in a hypersonic flow of gas. The numerical solution of the inverse problem on the supersonic flow past conic bodies without axial symmetry was examined by Briggs.

At high supersonic velocities Newton's law is used to determine the aerodynamic characteristics of bodies in the flow approximately. The pressure coefficient on the surface of an elliptical cone computed by means of Newton's formula has the form

$$c_p = 2\,\frac{\left(\sqrt{1+(a^{-2}b^2-1)\sin^2\psi}\,\cos\alpha - b^{-1}\sin\alpha\cos\psi\right)^2}{1+b^{-2}+(a^{-2}b^2-1)(1+a^{-2}+b^{-2})\sin^2\psi} \tag{2}$$

In figure 7 the experimental results of reference 2 (triangles) and the results of reference 14 (crosses) are compared with calculated results of reference 18 (solid curve) pertaining to the flow past an elliptical cone with parameters $t=0.56$, $\epsilon=22^\circ$ at $M=6$. The same figure shows the theoretical (dot with two dashes) and experimental data (squares, $\alpha=0$ and 14°)(ref. 10) at $M=5.8$ and also the computations based on Newton's theory (broken line) for a cone with $t=0.5$, $\epsilon=12^\circ 10'$. When the angle between the direction of the incident flow and the surface element is small, Newton's theory yields values which are substantially below experimental values. If, however, the flow velocity component along the normal to the surface corresponds to a Mach number of the order of unity or greater, then the agreement between theoretical and experimental data is better. Figure 7 also shows the computation results obtained by Ferri (ref. 14) at $M=5.42$ (dotted line) and the theoretical curve for the first A. L. Gonor approximation (dotted line with crosses) (ref. 16) at $M=\infty$ for a cone with $t=0.5$, $\epsilon=14^\circ 30'$.

In the region of moderate supersonic velocities ($M=2$-4) where the solutions based on the linearization of the equations of gasdynamics, as well as solutions which are utilized at hypersonic velocities, are not in satisfactory agreement with experimental data, simple methods can be used for the approximate determination of aerodynamic characteristics: the method of tangential cones, the method of equivalent cones and the "refined method of equivalent cones." In the method of tangential or equivalent cones the pressure on each surface element of an arbitrary conical body is determined from data on the flow past a circular cone with a zero angle of attack; in the first case the circular cone is tangent to the body at the considered cross section while in the second case the circular cone has the same normal velocity component of the incident flow with respect to the surface element as the arbitrary body and the apex half-angle of the circular cone is determined from the known value of the pressure coefficient (2). In this case Newton's equations are refined because the shape of the shock wave is no longer identified with the shape of the body. The values obtained by the method of local cones (dot dash line) and by the method of equivalent cones (dots with 2 dashes), exceed the experimental values in the region of the major axis and are less than the experimental values in the region of the minor axis (Model 1 in figure 1). Both of these methods are in satisfactory agreement with experimental data only in the case of bodies which differ insignificantly from a circular cone because each element of the surface is considered irrespective of the body's shape. In the "refined method of equivalent cones" (ref. 21) it is assumed that the pressure distribution on the elliptical cone depends on the quantity $\delta c_p = c_p^{(1)} - c_p^{(2)}$ (where $c_p^{(1)}$ is the pressure computed by the method of equivalent cones, $c_p^{(2)}$ is the average value of this pressure), and on the Mach number M_1 at the surface of the circular cone with average /136 pressure equal to $c_p^{(2)}$. The pressure coefficient has the form

By considering figure 1 we can see that this method (dotted curve) is in better agreement with experimental data than the method of tangential and equivalent cones.

In the tests, the average bottom pressure was measured by means of 2 vent tubes. The magnitude of the bottom pressure coefficient $c_{p(g)}$ as a function of the Mach number M of the incident flow is shown in figure 8. In addition to experimental data, the same figure shows a broken curve for the limiting value of the bottom pressure coefficient $c_{p(g)}=-1.43\ M_\infty^{-2}$. For all of the test models the value of the bottom pressure is decreased insignificantly as t and ϵ are decreased and as the angle of attack is increased.

The flow past the model was photographed by means of a telescope device in the plane of the minor axis ($\varphi=0$) and in the plane $\varphi=45°$, and also in the plane of the major axis ($\varphi=90°$). Figure 9 shows the values of the angles ω_b and ω_a (where ω_b is the angle formed by the compression shock and the cone angle in the plane of the minor axis, ω_a is the angle formed in the plane of the major axis) as a function of attack α and the slip angle β at M=3.0.

Optical investigations at small supersonic velocities showed that the shock wave front for all test models retains the shape of an almost regular circular cone and the local angle of the compression shock to a large degree depends on the distribution of the area along the axis of the body rather than on the shape of the transverse body cross section. As the flow velocity is increased the shape of the shock wave in the section normal to the incident flow approaches the shape of the body and the compression shock assumes a conical nonaxially symmetrical shape.

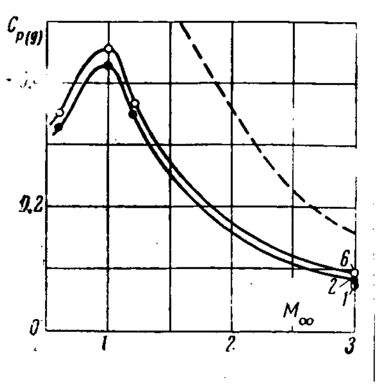


Figure 8.

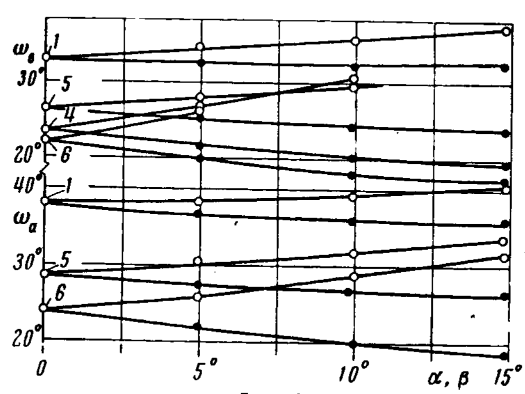


Figure 9.

REFERENCES

1. Gonor, A. L. Issledovaniya obtekaniya nekotorykh zaostrennykh tel nesimmetrichnym potokom gaza pri chislakh M=3-4 (Investigations of Flow Past Certain Pointed Bodies for the Nonsymmetric Case at M=3-4). Izd. in-ta im. Baranov, No. 138, 1960.
2. Zakkau, V. and Visich, M. Experimental Pressure Distributions on Conical Elliptical Bodies at M=3.09 and 6.0. Polytechn. Inst. of Brooklyn, No. 467, 1957.
3. Squire, H. B. An Example in Wing Theory at Supersonic Speeds. ARC Reports and Memoranda, No. 2549, 1947.
4. Ward. Supersonic Flow Past Slender Pointed Bodies. Quart. J. Mech. Appl. Math., Vol. 11, No. 1, 1949.
5. Frankel, L. E. Supersonic Flow Past Slender Bodies of Elliptic Cross Section. ARC Reports and Memoranda, No. 2954, 1955.
6. Kahane, A. and Solarsxi, A. Supersonic Flow about Slender Bodies of Elliptic Cross Section. J. Aeronaut. Sci., Vol. 20, 1953.
7. Adams, C. and Sears, W. Slender-Body Theory Review and Extension. J. Aeronaut. Sci., Vol. 20, No. 2, 1953.
8. Van-Dyke, M. The Elliptic Cone as a Model for Nonlinear Supersonic Flow Theory. J. Fluid Mech., Vol. 1, 1956.
9. Rogers, E. W. and Berry, C. I. Experiments at M=1.41 on Elliptic Cones with Supersonic Leading Edges. Brit. ARC, Reports and Memoranda, No. 3042, 1955.
10. Chapkia, R. L. Supersonic Flow over an Elliptic Cone: Theory and Experiment. J. Aerospace Sci., Vol. 28, No. 11, 1961.
11. Taylor, C. R. The Pressure Distribution Due to Incidence of a Slender Elliptic Half-cone. J. Roy. Aeronaut. Soc., Vol. 59, 1955.
12. Korobeynikov, N. P. Sverkhzvukovoye obtekaniye pod uglom ataki treugol'nykh kryl'yev i ellepticheskikh konusov s dozvukovoy peredney kromkoy (The Supersonic Flow Past Delta Wings and Elliptical Cones, at an Angle of Attack, with Sub-sonic Leading Edge). Izv. vysh. uchebn. zaved., Aviatsionnaya Tekhnika, No. 1, 1960.
13. Jorgensen, L. N. Elliptic Cones Alone and with Wings at Supersonic Speeds. NACA T, No. 4045, 1957.
14. Ferry, A., Ness, N. and Kaplita, T. Supersonic Flow over Conical Bodies without Axial Symmetry. J. Aerospace Sci., Vol. 20, 1953.
15. Martellucci, A. An Extension of the Linearized Characteristics Method for Calculating the Supersonic Flow around Elliptic Cones. J. Aeronaut. Sci., Vol. 27, No. 9, 1960.
16. Gonor, A. L. Obtekaniye konicheskikh tel pri dvizhenii gaza s bol'shoy sverkhzvukovoy skorost'yu (The Flow around Conical Bodies when the Gas Moves at a High Supersonic Velocity). Izv. AN SSSR, Mekhanika, No. 1, 1959. /137
17. Chernyy, G. G. Obtekaniye tel gazom pri bol'shoy sverkhzvukovoy skorosti (The Flow of Gas around Bodies at High Supersonic Velocity). Izv. AN SSSR, OPN, No. 6, 1957.
18. Chushkin, P. I. and Shchennikov, V. V. Raschet nekotorykh konicheskikh techeniy bez osevoy simmetrii (The Computation of Certain Conic Flows without Axial Symmetry). Inzh. - fiz. zh., No. 7, 1959.
19. Cheng, H. K. Hypersonic Flows Past a Yawed Circular Cone and Other Pointed Bodies. J. Fluid Mech., Vol. 12, No. 2, 1962.

20. Mkhntaryan, A. M. and Ovsyannikov, M. P. K opredeleniyu linearizovannykh potokov vozmushcheniy pri giperzvukovom obtekanii neosesimmetrichnykh konicheskikh tel (The Determination of Linearized Flows of Perturbations during the Hypersonic Flow around Nonaxially Symmetric Conic Bodies). Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Aviatsionnaya Tekhnika, No. 1, 1965.

21. Willi, F. and Jacobs, A. Simplified Approximate Method for the Calculation of the Pressure around Conical Bodies of Arbitrary Shape in Supersonic and Hypersonic Flow. J. Aerospace Sci., Vol. 38, No. 12, 1961.

Translated for the National Aeronautics and Space Administration by John F. Holman and Co. Inc.

10A

TTF 10,480
1445-38

A66-24439 #

INVESTIGATION OF THE FLOW PAST ELLIPTICAL CONES [ISSLEDOVANIE OBTEKANIIA ELLIPTICHESKIKH KONUSOV].

A. I. Shvets.

Akademiia Nauk SSSR, Izvestiia, Mekhanika Zhidkosti i Gaza, No. 1 ~~Jan.-Feb.~~ 1966, p. 130-137. 21 refs. In Russian.

Wind-tunnel investigation of the flow past six models of an elliptic cone at Mach numbers of 0.58, 0.97, 1.19, 1.47, and 3.0, and Reynolds numbers ranging from 1.2×10^6 to 3.0×10^6. The pressure distributions at the surface of the models and the quantities characterizing the flow parameters in the working section of the tunnel are plotted and discussed. For the small supersonic Mach numbers, it is found that the shock wave front for all the models employed has the form of an almost regular circular cone and that the local angle of a shock wave depends more on the distribution of the cross section along the axis of the body than on the shape of the body's cross section. With increasing Mach number, the shape of the shock wave in the cross section normal to the flow direction approaches that of the body. V.P.

10,480
1495-38

36

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КОНУСОВ

А. И. ШВЕЦ (*Москва*)

Приводится описание экспериментальных исследований пространственного обтекания эллиптических конусов. Результаты экспериментов сравниваются с теоретическими расчетами и данными других авторов.

Эллиптический конус занимает промежуточное положение между круглым конусом и треугольной пластинкой и может служить образцом при сравнении обтекания тел, не имеющих осевой симметрии. За последние годы опубликовано значительное количество теоретических (С. Маслен, Р. Вальо-Лаурин, Р. Джонс, Ф. Мур, Д. Харлей и др.) и экспериментальных (А. Ферри, У. Реге, В. Г. Табачников, Эггерс и Аллен и др.) работ, посвященных обтеканию конических неосесимметричных тел.

Испытания проводились в аэродинамической трубе кратковременного действия при числах Маха $M = 0.58$, 0.97, 1.13, 1.47 и 3.0. Во время проведения испытаний измерялись величины распределения давления по поверхности моделей и величины, характеризующие параметры потока в рабочей части. Числа Рейнольдса, отнесенные к 0.1 *м* и рассчитанные по параметрам набегающего потока, изменялись от $1.2 \cdot 10^6$ при $M = 0.58$ до $3.0 \cdot 10^6$ при числе $M = 3.0$. Испытания проводились в диапазоне углов атаки $\alpha = 0 \div 15°$ при углах крена $\varphi = 0$ и 45°, а также при углах скольжения $\beta = 0, 5, 10$ и 15°.

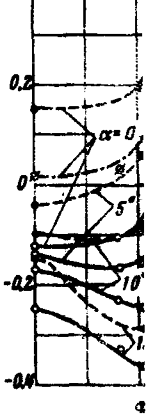
Для выполнения экспериментов были изготовлены из стали шесть моделей эллиптических конусов. В качестве характерных параметров эллиптических конусов были выбраны следующие величины: отношение полуосей эллипса $t = b/a$ и величина полуугла при вершине конуса в плоскости большой оси ε (фиг. 1). Модели *1, 2, 3, 4* имели постоянную величину полуугла $\varepsilon = 30°$, но разные отношения полуосей: $t = 0.66$, 0.5, 0.33, 0.2. В моделях *2,5,6* отношение полуосей сохранялось постоянным $t = 0.5$, а полуугол имел значения $\varepsilon = 30°$, 22°30′ и 15°. Для всех моделей большая ось эллипса в основании конуса была равна 70 *мм*. На каждом конусе было изготовлено 21 дренажное отверстие диаметром 0.5 *мм*. Дренажные точки размещались на восьми образующих конуса, расположенных так, чтобы распределение давления около плоскости большой оси можно было измерить, по возможности, наиболее точно. Кроме того, для проверки коничности потока дренажные точки размещались на образующих в трех сечениях по длине конуса l (0.58 l, 0.74 l, 0,9 l).

Экспериментальные значения коэффициента давления c_p для всех испытанных моделей при $M = 3.0$ представлены на фиг. ... На нулевом угле атаки возникает повышенное давление в районе образующих, ... около плоскости большой оси эллиптических сечений конуса ($\varphi = 90°$). ... уменьшения толщины конуса и угла ε происходит снижение давления на ... поверхности моделей. На фиг. 1

представлены р
с $t = 0.5$, $\varepsilon = 1$
(квадратики), а
тальные данные
$t = 0.561$, $\varepsilon = 2$
(треугольники).

В дозвуков
на всех образу
кого конуса по
ное снижение д
лении от верши
чины распреде
трех сечениях м
$= 0.58$ приведе
вое сечение
значения
тем
Снижение
ющих наиболее
при дозвуковом
нулевом угле
части поверхнос
ключением обла
шой полуоси, п
чение коэффи
вблизи носика с
ким давлением
сечения и на х
нуса достигает о
чений c_p.

Эксперимен
для модели 6 пр
ки) приведены
лых сверхзвуко
рушение коничн
жет вызываться
ничного слоя.
конусе погранич
вершины конус

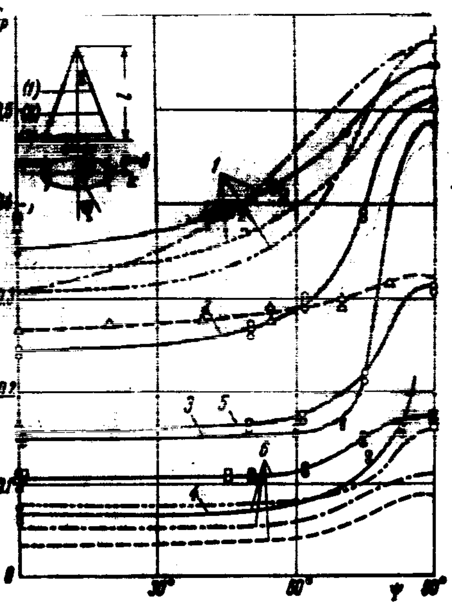


С ростом у
ней образующе

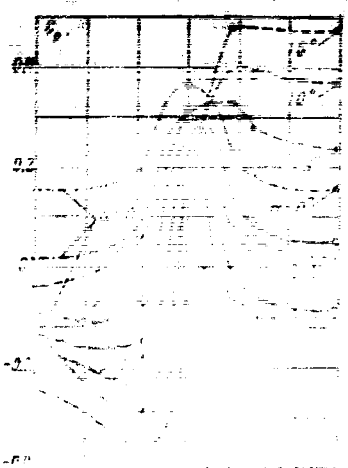
представлены результаты экспериментов А. Л. Гонора [1] для эллиптического конуса с $t = 0.5$, $\varepsilon = 14°30'$, при $M = 3.0$ и для конуса с $t = 0.66$, $\varepsilon = 30°50'$ при $M = 3.53$ (квадратики), а также экспериментальные данные [2] для модели с $t = 0.561$, $\varepsilon = 22°$ при $M = 3.09$ (треугольники).

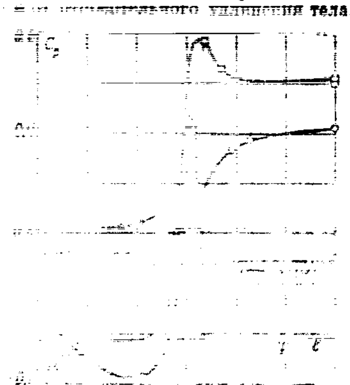
В диапазоне $M = 0.58—1.19$ на всех образующих [illegible] конуса [illegible] значками, второе — перечеркнутым штрихом, [illegible] — светлыми. [illegible] давления вдоль образующих [illegible] выражено при [illegible] обтекании, где при нулевом угле атаки на большей части поверхности конуса, на исключением области вблизи большой полуоси, [illegible] коэффициента давления [illegible] статического [illegible] второго сечения и на хвостовой части конуса [illegible] отрицательных значений.

[illegible] данные для модели 6 при $M = 1.19$ (кружки) [illegible] на фиг. 1. При [illegible] скоростях набегающего [illegible] потока можно [illegible] пограничного слоя. [illegible] на конусе пограничный слой оттесняет поток газа и искривляет ударную волну вблизи передней [illegible] конуса. [illegible] становится очевидным, что локальные и суммарные [illegible] характеристики конических несимметричных тел при дозвуковых и трансзвуковых скоростях зависят не только от параметров t и ε, [illegible] удлинения тела.



Фиг. 1





[illegible] область максимальных [illegible] от передней [illegible]

НУСОВ

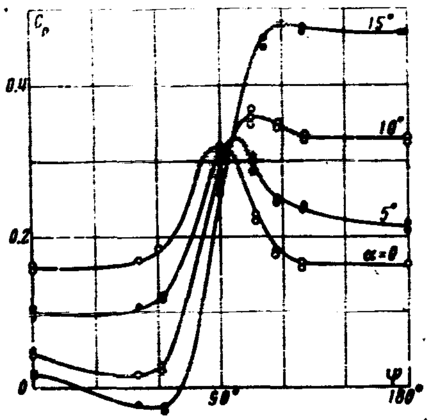
иственного обте-
ются с теорети-

у круглым кону-
Ф. Мур, Д. Хар-
Эггерс и Аллен

ного действия
йлись от 1.2·10[5]

(40)

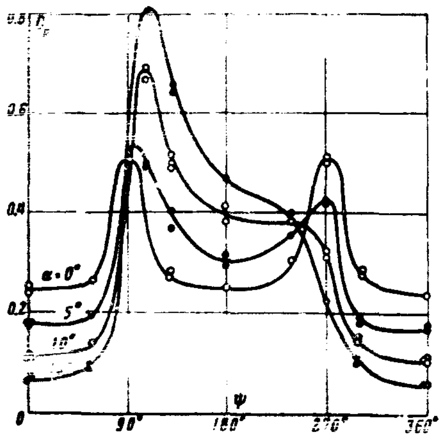
Поток расширяется по мере перемещения от наветренной стороны к подветренной, но величина расширения, по сравнению с величиной сжатия, уменьшается при увеличении угла атаки. Когда угол атаки превышает половину угла при вершине конуса в плоскости малой оси, кривая распределения давления на подветренной стороне конуса изменяет форму и имеет место восстановление давления в направлении к $\psi = 0$ (фиг. 2—4). С целью визуализации течения на поверхности проводились эксперименты при числе $M = 3$ с покрытием моделей смесью сажи с маслом. В качестве примера рассмотрим картину течения на одной половине модели 6 ($\psi = 0—180°$) при угле атаки 15°. В центральной части наветренной стороны линии тока, образованные частичками сажи, почти совпадают с образующими конуса, начиная от значения $\psi = 160°$ наблюдается заметное отклонение линий тока к подветренной стороне, и в плоскости большой оси угол между линиями тока и образующей достигает ~ 40°.



Фиг. 4

При переходе на подветренную сторону это отклонение увеличивается до ~ 65° при значении $\psi \approx 63°$, где расположена четкая прямая линия, совпадающая с образующей.

На подветренной стороне конуса также заметно растекание струек тока от линии при $\psi = 0$, и при приближении к линии отрыва при $\psi = 63°$ угол между линиями тока и образующей примерно, равен 20°. Полученная картина течения объясняется увлечением перетекающим слоем массы жидкости из застойной зоны, отрывом потока с подветренной стороны и образованием у вершины конуса симметричных вихрей, которые движутся по поверхности к основанию конуса, создавая вихревые области. Следует отметить, что в зависимости от формы тела, угла атаки, числа M характер обтекания подветренной стороны изменяется, и в отрывной зоне может реализовываться течение с несколькими числом пар вихревых областей, которые на поверхности конуса разделяются образующими. С одной стороны каждой области имеется линия растекания линий тока, а с другой стороны — отчетливо видна прямая линия стекания. Вызванное расходом из отрывной зоны и вихрями возвратное течение к конусу и образуя отмеченное выше увеличение давления в [illegible] части подветренной стороны, причем натекающая из внешнего потока струя жидкости в случае гиперзвуковых скоростей будет увеличивать также и величины местных тепловых потоков.



Фиг. 5

Испытания при угле крена $\varphi = 45°$ проводились для чисел $M = 0.58$ и 3.0. На фиг. 5 представлены значения коэффициента давления на поверхности эллиптического конуса с параметрами [illegible] при $M = 3.0$. Для всех испытанных моделей в диапазоне углов атаки $\alpha = 0—15°$ максимальное давление устанавливается при значениях $\psi = $ [illegible] уменьша- [illegible]

Характер распределения давления при углах скольжения $\beta = 0-15^\circ$ виден на фиг. 6, где приведены экспериментальные данные для модели *б* при $M = 3.0$. По мере увеличения угла скольжения происходит значительное возрастание давления в районе большой оси ($\varphi = 90^\circ$).

Ниже результаты экспериментов сравниваются с теоретическими расчетами. Для решения задачи обтекания эллиптического конуса с дозвуковой передней кромкой был применен ряд приближенных методов, большинство из которых использует линеаризацию точных уравнений газодинамики. В 1947 г. Сквайр [3], применив специальную систему координат, показал, что в первом приближении давление постоянно по размаху тонкого конуса

$$c_p = 2ab\left(\ln\frac{4}{\beta a} - 1\right) + \beta^2 a^2 b\left(\frac{3}{2}\ln\frac{4}{\beta a} - 2\right)$$

$$(\beta^2 = M^2 - 1)$$

Фиг. 6

Здесь M — число Маха невозмущенного потока; a, b — большая и малая полуоси эллипса, расположенного на единичном расстоянии от вершины конуса. Расчетное значение c_p [3] для модели [illegible] при $M = 1.47$ нанесено точечной кривой на фиг. 3.

Широкое применение нашла теория тонкого тела, основанная, как и линейная теория, на решении волнового уравнения, но допускающая некоторые упрощения, [illegible] сократить [illegible] расчетах обтекания [illegible] Уорда [4] [illegible] решения [illegible] для обтекания [illegible] поперечного сечения, [illegible] которого позволяет определить потенциал плоского течения [illegible] в плоскости, перпендикулярной [illegible] тела. Теория [illegible] [7] была применена в работах [5,6] [illegible] эллиптического сечения. На уравнение движения потенциала возмущенного течения φ записывается в виде

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = \beta^2\varphi_{zz} + 2M^2(\varphi_z\varphi_{xz} + \varphi_y\varphi_{yz}) + [illegible](\gamma + 1)M^2\varphi_z\varphi_{zz} + M^2(\varphi_x^2\varphi_{xx} + 2\varphi_x\varphi_y\varphi_{xy} + \varphi_y^2\varphi_{yy}) \quad (1)$$

где γ — показатель адиабаты. В решении первого [illegible] [illegible] всеми членами в правой части (1), коэффициент давления на [illegible] эллиптического конуса имеет вид

$$c_p = ab\left[2\ln\frac{4}{[illegible]} + \frac{a^2}{[illegible]} - 2\right] [illegible] \eta + b^2\cos^2\eta)$$

Здесь η — [illegible] эллиптическая координата.

[illegible] решение по теории тонкого тела, приведенное в работе [7], связано с учетом [illegible] [illegible] для [illegible] [illegible], и дополнительные члены, [illegible] решение

$$c_p = [illegible]\ln\frac{4}{\beta(a+b)} [illegible]$$

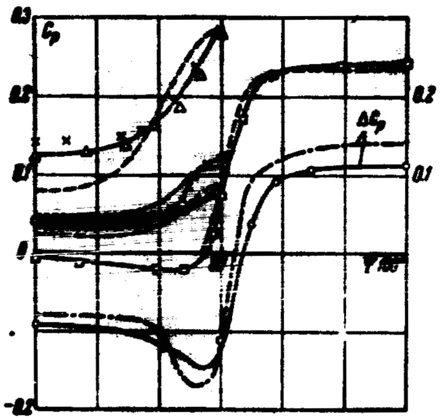
Решение второго порядка [illegible] [illegible] нелинейные члены в уравнении (1) [illegible] давления записывается так:

$$c_p = ab(2\lambda - m) + \beta^2 [illegible] - \tfrac{1}{4}ab] + [illegible](\tfrac{1}{4}M^2 - 1)a^2]$$

$$\lambda = \ln\frac{4}{[illegible] b)}$$

Теоретические кривые по решению первого порядка (пунктир) и по уточненному решению (штрих-пунктир), рассчитанные для модели *б* при $M = 1.19$ (кружки) и для модели *г* при $M = 1.47$ (квадратики), лежат ниже экспериментальных данных (фиг. 3). За счет нелинейных членов, учитываемых в решении второго порядка (пунктир с двумя штрихами), происходит приращение к величине c_p по сравнению с уточненным решением.

В работе [9] отмечается хорошее согласование теоретических расчетов с результатами испытаний двух тонких эллиптических конусов ($t = 0.2$, $\varepsilon = 30°$ и $t = 0.1$, $\varepsilon = 30°$) при $M = 1.44$ [9]. Экспериментальные данные для первой из указанных моделей (треугольники на фиг. 3) хорошо совпадают с данными для модели *б*. Чепкис [10] исследовал обтекание эллиптического конуса с параметрами $t = 0.5$, $\varepsilon = 12°10'$ потоком с числом $M = 5.8$ и сравнил полученные данные с расчетами по нелинейной теории [8]. Несмотря на то, что в данном случае передние образующие конуса выходят за конус Маха, автор все же указывает на удовлетворительное совпадение теории с экспериментом.



Фиг. 7

В работах [11,12] получены решения по теории тонкого тела для небольших углов атаки. На фиг. 7 представлено сравнение экспериментальных данных для модели *б* (кружки), обтекаемой потоком с числом $M = 3.0$ при угле атаки $\alpha = 10°$ с расчетной величиной добавочного коэффициента давления Δc_p (штрих-пунктир), учитывающего влияние угла атаки [12]

$$\Delta c_p = \alpha \left\{ \alpha \left[1 - \frac{(a+b)^2 \cos^2 \eta}{\nu^2} \right] - 2 \sin \eta \, \frac{a^2 (a+b)}{\nu^3} - \right.$$

$$\left. - 4\alpha\beta^2 \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 \ln \left(\beta \frac{a+b}{2} \right) \frac{a^2 \sin \eta + \alpha (a+b) \cos^2 \eta}{\nu^3} \right\}$$

На большей части поверхности конуса, за исключением области вблизи большой полуоси, расчетные значения Δc_p на $\sim 20\%$ больше экспериментальных.

Теория тонкого тела применима к обтеканию тонких эллиптических конусов в ограниченном диапазоне чисел M. Нижняя граница этого диапазона определяется началом сверхзвукового обтекания конусов с присоединенным скачком уплотнения, а верхняя граница — выходом передней образующей конуса за конус возмущений. Проведенное выше сравнение теоретических и экспериментальных данных показывает, что для тонких эллиптических конусов в ограниченном диапазоне чисел M нелинейная теория тонкого тела удовлетворительно совпадает с экспериментом; однако, как видно из фиг. 1 (модель *б*), по мере возрастания скорости потока и с увеличением толщины конуса теоретические значения лежат значительно ниже экспериментальных.

В работах Ферри [13,14] был предложен метод линеаризованных характеристик. Течение около эллиптического конуса рассматривается как возмущенное по отношению к известному течению около кругового конуса. Уравнения, определяющие компоненты скорости линеаризованного течения, решаются методом последовательных приближений. Удовлетворительные результаты получаются в том случае, если форма поперечного сечения тела мало отличается от формы кругового конуса.

Метод линеаризованных характеристик [illegible] конических [illegible] простых [illegible] решение для [illegible] кругового конуса. А. Л. Гонор [16] применил метод разложения по малому параметру [17] к задаче обтекания произвольного конического тела потоком большой сверхзвуковой скорости. Автором установлено, что давление на стенке отличается от соответствующего значения по Ньютону лишь одним слагаемым, характеризующим центробежную силу от поперечного перетекания газа. В работе [18] при помощи метода интегральных соотношений рассчитано гиперзвуковое обтекание эллиптического конуса. Ченг [19] исследовал течение вблизи поверхности трехмерного заостренного тела; решение строится при помощи рядов по двум

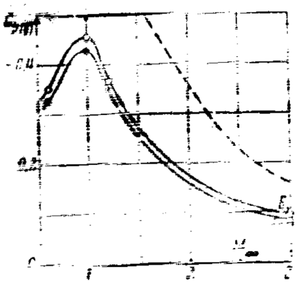
43

параметрам. В работе [20] предложено развитие метода [14,10] и получены аналитические решения для обтекания толстых несимметричных конических тел гиперзвуковым потоком газа. Численное решение обратной задачи о сверхзвуковом обтекании конических тел, не обладающих осевой симметрией, было рассмотрено Б. Р. Бриггсом.

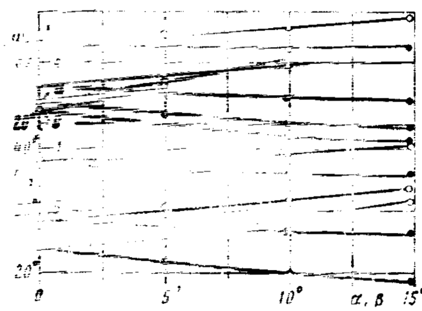
При больших сверхзвуковых скоростях для приближенного определения аэродинамических характеристик обтекаемых тел используется закон Ньютона. Коэффициент давления на поверхности эллиптического конуса, рассчитанный по формуле Ньютона, имеет вид

$$c_p = 2\,\frac{\left(\sqrt{1+(a^{-2}b^2-1)\sin^2\psi}\,\cos\alpha - b^{-1}\sin\alpha\cos\psi\right)^2}{1+b^{-2}+(a^{-2}b^2-1)(1+a^{-2}+b^{-2})\sin^2\psi} \tag{2}$$

На фиг. 7 результаты экспериментов [8] (треугольники) и [15] (крестики) сравниваются с расчетами [20] (сплошная кривая) по обтеканию потоком с числом $M = 6$ эллиптического конуса с параметрами $t = 0.56$, $\varepsilon = 22°$. На этом же графике приведены теоретические (пунктир с двумя штрихами) и экспериментальные данные (квадратики, $\alpha = 0$ и $14°$) [10] при $M = 5.8$, а также расчеты по теории Ньютона (пунктир) для конуса с $t = 0.5$, $\varepsilon = 12°10'$. Когда угол между направлением набегающего потока и элементом поверхности мал, то ньютонианская теория дает значения значительно ниже экспериментальных, если же составляющая скорости потока по нормали к поверхности соответствует числу M порядка единицы и более, то совпадение теоретических и экспериментальных данных улучшается. На фиг. 7 нанесены также расчеты Ферри [11] при $M = 5.42$ (...ная кривая) и теоретическая кривая первого приближения А. Л. Гонора (пунктир с крестиками) [16]; при $M = \infty$ для конуса с $t = 0.5$, $\varepsilon = 14°30'$.



Фиг. 5



Фиг. [illegible]

В области умеренных сверхзвуковых скоростей ($M = 2-4$), где решения, основанные на линеаризации уравнений газовой динамики, ... используемые при гиперзвуковых ... [illegible]

reel A = 44 min

end reel A

start reel B

поверхности кругового конуса со средним давлением, равным $c_p^{(2)}$. Коэффициент давления имеет вид

$$c_p = c_p^{(1)} - (c_p^{(1)} - c_p^{(2)}) / M_1$$

Из рассмотрения фиг. 1 следует, что этот метод (точечная кривая) лучше совпадает с экспериментом, чем методы касательных и эквивалентных конусов.

При проведении испытаний измерялось среднее донное давление при помощи двух дренажных трубок. Величина коэффициента донного давления $c_{p(g)}$ в зависимости от числа M набегающего потока приводится на фиг. 8. На этом же графике, наряду с экспериментальными данными, нанесена пунктирная кривая предельной величины коэффициента донного давления $c_{p(g)} = -1.43\ M_\infty^{-2}$. Для всех испытанных моделей величина донного давления незначительно снижается по мере уменьшения t и a, а также при увеличении угла атаки.

Фотографирование потока, обтекающего модель, производилось при помощи теплеровского прибора в плоскости малой оси ($\varphi = 0$), в плоскости $\varphi = 45°$, а также в плоскости большой оси ($\varphi = 90°$). На фиг. 9 представлены величины углов ω_b и ω_a (где ω_b — угол, образованный скачком уплотнения и осью конуса в плоскости малой оси, ω_a — в плоскости большой оси) в зависимости от угла атаки α и угла скольжения β при $M = 3.0$.

Оптические исследования при малых [illegible] скоростях показали, что фронт ударной [illegible] испытанных моделей сохранял форму почти правильного [illegible] конуса, и местный угол скачка уплотнения в [illegible] мере зависит от распределения площади [illegible], чем от формы поперечного сечения тела. С увеличением скорости потока форма ударной волны в сечении, нормальном к направлению потока, приближается к форме тела и скачок уплотнения принимает коническую неосесимметричную форму.

Поступило 26 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Гонор А. Л. Исследования обтекания некоторых заостренных тел несимметричным потоком газа при числах $M = 3 \div 4$. Изд. ин-та им. Баранова, 1960, вып. 136.
2. Zakkay V., Visich M. Experimental pressure distributions on conical elliptical bodies at M = [illegible] and 6. O. Polytechn. Inst. of Brooklyn, 1957, No. 467.
3. Sqwire H. B. An example in wing theory at supersonic speeds. ARC Reports and Memoranda, 1947, No. 2549.
4. Ward. Supersonic flow past slender pointed bodies. Quart. J. Mech. Appl. Math., 1949, vol. 11, No. 1.
5. Frankel L. E., Supersonic flow past slender bodies of elliptic cross-section. ARC Reports and Memoranda, 1955, No. 2954.
6. Kahane A., Solarski A. Supersonic flow a bont slender bodics of elliptic cross-section. J. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20.
7. Adams C., Sears W. Slender-body theoryreview and extension. J. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20, No. 2.
8. Van-Dyke M. The elliptic cone as a model for non-linear supersonic flow theory. J. Fluid Mech., 1956, vol. 1.
9. Hogg [illegible] Experiments at $M = 1.41$ on elliptic cones with [illegible] leading edges. Brit. ARC, Reports and [illegible] 1942.
10. Chapkis [illegible]
11. T [illegible] the [illegible] incidence of a slender elliptic half-[illegible] 1955, vol. [illegible]
12. [illegible] углах атаки треугольных [illegible] с дозвуковой передней кромкой. Изв. высш. учебн. завед., Авиационная техника, 1960, № 1.
13. Jorgensen L. H. Elliptic cones alone and with wings at Supersonic speeds NACA T, 1957, No. 4045.
14. Ferry A., Ness N., Kaplita [illegible] t-hant [illegible]
15. M [illegible] Vol. [illegible]

16. Гонор А. Л. Обтекание конических тел при движении газа с большой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, Механика, 1959, № 1.
17. Черный Г. Г. Обтекание тел газом при большой сверхзвуковой скорости. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 6.
18. Чушкин П. И., Щенников В. В. Расчет некоторых конических течений без осевой симметрии. Инж.-физ. ж., 1959, № 7.
19. Cheng H. K. Hypersonic flows past a yawed circular cone and other pointed bodies. J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, No. 2.
20. Мхитарян А. М., Овсянников М. П. К определению диссипированных потоков возмущений при гиперзвуковом обтекании несимметричных конических тел. Изв. высш. учебн. завед., Авиационная техника, 196[illegible], № 1.
21. Will F., Jacobs [illegible] Simplified Approximate Method for the calculation of the Pressure around conical bodies of arbitrary shape in supersonic and hypersonic flow. J. Aerospase Sci., 1961, vol. 38, No. 12.